

NORMAL DAĞILIŞLI
BAĞIMLI İKİ GRUP
OLMASI DURUMUNDA ORTALAMALARIN
FARKLILIĞININ KONTROLÜ İÇİN TESTLER

- Deneme üniteleri çifti, tesadüfi olmaktan ziyade benzer iseler veya tabii birer eş iseler, bu özellik deneysel hatayı düzeltmek için kullanılabilir.
- Bunlar, genellikle aynı fert üzerinde farklı zamanlarda ölçümler alındığında ve bunların karşılaştırılması söz konusu olduğunda, ikiz canlılardan birine bir muamele diğerine başka bir muamele uygulandığında ve iki muamelenin karşılaştırılması istendiği vb durumlarda ortaya çıkar.

- Eşleştirilmiş fertlerle yapılan testlerde kullanılan test istatistiği daha önceki grup karşılaştırmalarında kullanılanlardan daha farklıdır. Çünkü grup karşılaştırmalarında X_1 ile X_2 değişkenlerinin birbirinden bağımsız olduğu varsayılmaktaydı.
- Eşleştirilmiş gözlemlerde ise X_{1i} ve X_{2i} (kısaca X_1 ve X_2) ölçümleri aynı birey üzerinde veya çok benzer bireyler üzerinden yapıldığı için bağımlı olacaktır.
- Yani $n_1 = n_2 = n$ (gözlem çifti sayısı) olacağından,

Gözlemler bağımlı ise ortalamaların farkının varianstaki farklılık

$$\begin{aligned} V(\bar{X}_1 - \bar{X}_2) &= V(\bar{X}_1) + V(\bar{X}_2) - 2 \cdot \text{Cov}(\bar{X}_1, \bar{X}_2) \\ &= \frac{\sigma_1^2}{n} + \frac{\sigma_2^2}{n} - 2 \cdot \frac{\sigma_{12}}{n} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} V(\bar{X}_1 - \bar{X}_2) &= \frac{\sigma_1^2}{n} + \frac{\sigma_2^2}{n} - 2 \cdot \rho_{12} \cdot \sqrt{\frac{\sigma_1^2}{n} + \frac{\sigma_2^2}{n}} \\ &= \frac{\sigma_1^2}{n} + \frac{\sigma_2^2}{n} - 2 \cdot \rho_{12} \cdot \frac{\sigma_1 \cdot \sigma_2}{n} \end{aligned}$$

olur.

X_1 ile X_2 arasında **pozitif korelasyon** varsa standart hata **$2 \cdot \rho \cdot (\sigma_1 \cdot \sigma_2) / n$** kadar küçülecektir.

Dolayısıyla bu durumda eş yapma yöntemi uygulanması gerekirken veriye grup karşılaştırması yapılırsa, standart hata yapay olarak küçüleceğinden **önemli çıkmaması gereken farklılık önemli çıkacaktır**. Negatif korelasyon olması durumunda da bunun tersine standart hata yapay olarak büyütüleceğinden gerçekte önemli çıkacak bir fark, önemsiz bulunabilecektir.

- Eşli karşılaştırmada gözlem çiftleri arasındaki korelasyonun etkisini yok etmek için ortalamaların farkı yerine gözlem çiftlerinin farkları alınarak bu farkların ortalamasının sıfırdan veya belirli bir değerden farklılığı test edilir.

Bağımlı Gruplarda Eşli (Paired) Gözlemler T- Testi

Oral Kontraseptif alındığında bayanların sistolik kan basıncında yükselme olduğu iddia edilmektedir. Tesadüfen seçilen **10** bayanın oral kontraseptif almadan **önce ve sonra** sistolik kan basınçları ölçülüyor,

Aşağıdaki değerler bulunuyor.

Buna göre iddianın doğru olup olmadığını kontrol ediniz($\alpha=0,05$).

Test eşli karşılaştırma çünkü, ölçümler aynı kişiler üzerinde yapılmış ve gözlemler bağımlıdır.

Eşli (Paired) Gözlemler Testi Örnek:

OC-Öncesi	OC-Sonrası	$d=b-a$	d^2
115	128	13	169
112	115	3	9
107	106	-1	1
119	128	9	81
115	122	7	49
138	145	7	49
126	132	6	36
105	109	4	16
104	102	-2	4
115	117	2	4
	Toplam	48	418

Hipotezler:

$H_0: \mu_1 - \mu_2 = 0$; $H_1: \mu_1 - \mu_2 \neq 0$ veya

Hipotezler farkların ortalaması δ Cinsinden Yazılırsa;

$H_0: \delta = 0$ ve $H_1: \delta \neq 0$ şeklinde de kurulabilir.

Bunun için farkların ortalaması ve varyansı bulunursa

$$\bar{d} = \frac{\sum_{i=1}^n d_i}{n} = \frac{48}{10} = 4.8$$

$$S^2_d = \frac{\sum_{i=1}^n d_i^2 - \frac{\left(\sum_{i=1}^n d_i\right)^2}{n}}{n-1} = \frac{418 - \frac{48^2}{10}}{10-1} = 20.8$$

BİYOİSTATİSTİK VE TIP BİLİŞİMİ
A.D.

Bunlar kullanılarak test istatistiği hesaplanabilir.

$$t = \frac{d - \delta}{\sqrt{\frac{S^2_d}{n}}} = \frac{4.8 - 0}{\sqrt{\frac{20.8}{10}}} = \frac{4.8}{1.44} = 3.33 \approx t_{(n-1; \alpha/2)}$$

Önem seviyesi, $\alpha=0.01$ ise,

$t_h=3.33 > t_{(9,0.005)} = 3.25$ olduğundan H_0 red edildi, yani

Karar:

Oral kontraseptif alınmasının sistolik kan basıncı üzerine önemli bir etkisi vardır ($p < 0.01$).

Eşli t- Testi İçin Örnek 2

Akciğer fonksiyonunun bir ölçüsü olan **FEV** (forced expiratory volume) belirleniyor.

İddia:

20 yaşından sonra akciğer fonksiyonu azalıyor.

Deneme:

Aynı kişilerin 18 ve 22 yaşında iken FEV değerleri ölçülüyor.

Aşağıdaki sonuç bulunuyor.

Buna göre bu iddiayı kabul eder misiniz ($\alpha=0.05$)?

	Önce-FEV	Sonra-FEV	Fark=Ö-S
	(18 Yaş)	(22 yaş)	0,27
	3,22	2,95	0,31
	4,06	3,75	-0,15
	3,85	4,00	0,08
	3,50	3,42	0,03
	2,80	2,77	0,05
	3,25	3,20	0,30
	4,20	3,90	0,29
	3,05	2,76	0,11
	2,86	2,75	0,18
Ortalama	3,50	3,32	0 ,1470
Standart Hata			0 .0476

$H_0: \mu_1 - \mu_2 \leq 0;$

$H_1: \mu_1 - \mu_2 > 0$ veya $H_0: \delta = 0$, $H_1: \delta > 0$

Değişken	N	Ort	Stsap.	SH
Fark (Ö-S)	10	0,1470	0,1505	0,0476

$$t = \frac{0.1470 - 0}{\frac{0.1505}{\sqrt{10}}} = 3.09 > t_{9,0.05} = 1.833$$

Buna göre H_0 reddedilir

T- dağılışı Tablo Değerleri

t- Dağılışının Kritik Değerleri
İki yönlü test değerleri
(Tek yönlü test değerleri)

sd	0.2 (0.1)	0.1 (0.05)	0.05 (0.025)	0.02 (0.01)	
4	1,533	2,132	2,776	3,747	
5	1.476	2.015	2.571	3.365	
6	1.440	1.943	2.447	3.143	
7	1.415	1.895	2.365	2.998	
8	1.397	1.860	2.306	2.896	
9	1.383	1.833	2.262	2.821	

Güven Sınırları

Güven sınırı için iki yönlü t-tablo değeri kullanılır.

Farkın %95 güven sınırları: (0,0393; 0,2547)

$$0.1470 - 2.262 * 0.0476 = 0.0393$$

$$0.1470 + 2.262 * 0.0476 = 0.2547$$

Farkların T-Testi

$$H_0: m_1 - m_2 = 0;$$

$$H_1: m_1 - m_2 > 0$$

$$t = 3,09 \quad P\text{-olasılığı} = 0,006$$

Karar: FEV değerleri önemli derecede düşmüştür.

Örnek 3

- Yürüyüşten **önceki ve sonraki** PEFR değerleri arasındaki fark:

Hasta	Önce (PEFR)	Sonra (PEFR)	Fark= d_i = (önce-sonra)
1	312	300	12
2	242	201	41
3	340	232	108
4	388	312	76
5	296	220	76
6	254	256	-2
7	391	328	63
8	402	330	72
9	290	231	59

SPSS Çözümü

Paired Samples Statistics

		Mean	N	Std. Deviation	Std. Error Mean
Pair 1	Önce	323,889	9	59,8257	19,9419
	Sonra	267,778	9	50,0069	16,6690

Paired Samples Correlations

		N	Correlation	Sig.
Pair 1	Önce & sonra	9	,821	,007

Paired Samples Test

Paired Differences					t	df	Sig. (2-tailed)
Mean	Std. Deviation	Std. Error Mean	95% Confidence Interval of the Difference				
			Lower	Upper			
56,1111	34,1740	11,3913	29,8427	82,3796	4,926	8	,0012

Hesaplanan t-değeri

Hesaplanan olasılık değeri

Yürüyüşten önceki ve sonraki PEFR değerleri arasındaki fark:

- Farkların ortalaması = 56.11111 (n = 9)
- Standart sapması = 34.17398
- Standart hatası = 11.39133

Farkların ortalamasının % 95 lik güven sınırları

Alt güven sınırı = 29.84266,

Üst güven sınırı = 82.37956

Serbestlik derecesi (df) = 8

- $t = 4.925774$